smo
osm

Chercher Muster

Actualisé: 1er décembre 2015
vers. 1.0.0

1. La suite (a_n) est définie par $a_1 = a_2 = 1$ et $a_{n+1}a_{n-1} = a_n^2 + 2$ pour $n \geq 2$. Montrer que tous les a_n sont des nombres entiers.
2. Soit $n \geq 1$ un entier. Montrer qu'il existe un nombre naturel à n chiffres divisible par 2^n dont tous les chiffres valent 1 ou 2.
3. (CH 05) Soient a, b, c des nombres réels positifs avec $abc = 1$. Trouver toutes les valeurs que l'expression
$$\frac{1+a}{1+a+ab} + \frac{1+b}{1+b+bc} + \frac{1+c}{1+c+ca}$$
peut prendre.
4. Montrer que 8100090001 n'est pas un nombre premier.
5. (OMI 05) Pour $n \geq 1$ soit
$$a_n = 6^n + 3^n + 2^n - 1.$$
Trouver tous les nombres naturels qui n'ont pas de diviseur commun avec les a_n.
6. Pour les nombres $a_0, a_1, a_2, \ldots$ on suppose que
$$a_{m+n} + a_{m-n} = \frac{1}{2}(a_{2m} + a_{2n}) \qquad \text{pour tout } m \geq n \geq 0.$$
Soit de plus $a_1 = 1$. Trouver a_{2006}.
7. (OMI 81) Trouver la valeur maximale de $m^2 + n^2$, où $m, n \in \{1, 2, \ldots, 1981\}$ satisfont l'équation :
$$(m^2 - mn - n^2)^2 = 1.$$
8. (CH 04) Trouver toutes les fonctions $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ strictement monotones, telles que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a
$$f(f(n)) = 3n.$$